

Tentamen Algoritmen en Datastructuren

vrijdag 31 januari 2003, 9 - 12 uur

Het tentamencijfer T is $(p/10) + 1$, waarbij p het totaal aantal behaalde punten is. Het eindcijfer van het vak is $(3T + P)/4$, waarbij P het practicumresultaat is.

NB. Beargumenteer je antwoorden.

1. (40 punt) Deze opgave gaat over sorteren van lijsten gehele getallen. Vergelijken van twee getallen gaat in $O(1)$ tijd. n is het aantal getallen in de lijst. Alle getallen in de lijst zijn verschillend.
 - (a) Beschrijf het algoritme merge-sort in pseudo-code. Geef ook een toelichting en laat zien dat de tijdscomplexiteit $O(n \log n)$ is.
 - (b) Laat zien dat de tijdscomplexiteit van een sorteeralgoritme dat op het vergelijken van getallen gebaseerd is, nooit beter kan zijn dan $O(n \log n)$.
 - (c) Nu is tevens gegeven dat alle getallen van de lijst liggen in het interval $[0, 100 * n - 1]$. Geef een algoritme dat de lijst sorteert in $O(n)$ tijd. Hoeveel geheugen gebruikt het algoritme?
2. (30 punt) Het algoritme van Bellman-Ford vindt, in een gerichte gewogen graaf G met daarin knoop u , voor elke knoop v in G de lengte van een kortste pad van u naar v . Gewichten mogen negatief zijn. Neem aan dat G sterk samenhangend en enkelvoudig is (geen self-loops, geen parallelle kanten,) en verder dat G n knopen en m kanten bevat.
 - (a) Aan welke voorwaarde moet G voldoen opdat er, voor elke knoop v , een kortste pad van u naar v is?
 - (b) Beschrijf het algoritme van Bellman-Ford in pseudocode. Geef ook een toelichting en analyseer de tijdscomplexiteit.
3. (20 punt) Leg het principe van de discrete Fouriertransformatie uit en de toepassing ervan bij het vermenigvuldigen van polynomen. Denk daarbij aan de interpolatiestelling voor polynomen, primitieve n -de eenheidswortels, de matrix F met $F[i, j] = \omega^{ij}$ en zijn inverse F^{-1} met $F^{-1}[i, j] = \omega^{-ij}/n$, en de convolutiestelling.